

SUATU UKURAN KESAMAAN HIMPUNAN KABUR *INTUITIONISTIC* BERNILAI INTERVAL DAN APLIKASINYA UNTUK PENGENALAN POLA

JUNDA SYAHWIDAN, NOVA NOLIZA BAKAR

*Jurusan Matematika,
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Andalas,
Kampus UNAND Limau Manis Padang, Indonesia,
email jundasyahwildan@rocketmail.com*

Abstrak. Dalam kehidupan sehari-hari biasanya terjadi berbagai kasus yang rumit, dimana kasus-kasus tersebut banyak sekali mengandung unsur ketidakpastian. Zadeh [6] memperkenalkan suatu teori baru yaitu himpunan kabur (*fuzzy set*). Kemudian semakin berkembang ilmu pengetahuan, banyak bentuk umum dari *fuzzy set* yang diusulkan, diantaranya teori himpunan kabur *intuitionistic* bernilai interval (IvIFS) yang diusulkan oleh Atanassov, merupakan generalisasi dari teori himpunan kabur bernilai interval (IvFS) dan himpunan kabur *intuitionistic* (IFS). Salah satu topik penting dalam teori himpunan kabur yaitu ukuran kesamaan himpunan kabur *intuitionistic* (IFS). Pada tulisan ini akan dibahas mengenai metode untuk menghitung ukuran kesamaan antara himpunan kabur *intuitionistic* bernilai interval (IvIFS) berdasarkan metrik Hausdorff serta aplikasinya.

Kata Kunci: Himpunan kabur, himpunan kabur intuitionistic, himpunan kabur bernilai interval, himpunan kabur intuitionistic bernilai interval

1. Pendahuluan

Prof.L.A.Zadeh [6] pada tahun 1965 pertama kali memperkenalkan teori baru yaitu teori himpunan kabur. Zadeh [6] mendefinisikan suatu himpunan fuzzy atas X sebagai koleksi dari pasangan terurut $(x, \mu(x))$, $\forall x \in X$ dimana derajat keanggotaan $\mu(x) \in [0, 1]$.

Kemudian semakin berkembang ilmu pengetahuan, banyak bentuk umum dari *fuzzy set* yang diusulkan, diantaranya Konsep himpunan kabur *intuitionistic* bernilai interval (IvIFS) yang diusulkan oleh Atanassov, merupakan generalisasi konsep himpunan kabur bernilai interval (IvIFS) dan himpunan kabur *intuitionistic* (IFS) [1].

Salah satu topik penting dalam teori himpunan kabur yaitu ukuran kesamaan himpunan kabur *intuitionistic* (IFS). Ukuran kesamaan IFS digunakan untuk memperkirakan tingkat kesamaan antara dua IFS. Szmidt dan Kacprzyk [5] mendefinisikan ukuran kesamaan dengan menggunakan ukuran jarak yang melibatkan kesamaan dan ketidaksamaan.

Seperti yang diketahui, ukuran kesamaan cukup penting dalam beberapa bidang aplikasi. Baru-baru ini, banyak cara untuk menghitung ukuran kesamaan antara himpunan kabur *intuitionistic* (IFS) dan himpunan kabur bernilai interval (IvIFS)

seperti yang telah diusulkan dalam [7]. Pada penelitian ini akan mengulas kembali apa yang dibahas pada [8] yaitu menghitung ukuran kesamaan antara IvIFS berdasarkan metrik Hausdorff.

2. Landasan Teori

2.1. Himpunan Kabur (Fuzzy Set)

Definisi 2.1. [4] Misalkan U adalah himpunan semesta. Suatu himpunan kabur (fuzzy set) X atas U dapat didefinisikan sebagai

$$X = \{(u, \mu_x(u)) | u \in U, \mu_x(u) \in [0, 1]\} \quad (2.1)$$

dimana $\mu_x : U \rightarrow [0, 1]$ disebut fungsi keanggotaan X atas U .

2.2. Himpunan Kabur Intuitionistik (Intuitionistic Fuzzy Set)

Himpunan kabur *intuitionistic* merupakan himpunan kabur yang memperhitungkan nilai keanggotaan dan non keanggotaan dalam proses pengambilan keputusan.

Definisi 2.2. [1] Misalkan $X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ adalah himpunan. Suatu himpunan kabur *intuitionistic* A pada X dapat didefinisikan dalam bentuk himpunan pasangan terurut

$$A = \{(x, \mu_A(x), \nu_A(x)) | x \in X\} \quad (2.2)$$

dimana $\mu_A : X \rightarrow [0, 1]$ disebut fungsi keanggotaan A atas X dan $\nu_A : X \rightarrow [0, 1]$ disebut fungsi ketidakanggotaan A atas X , dengan kondisi

$$0 \leq \mu_A(x) + \nu_A(x) \leq 1, \forall x \in X.$$

Definisi 2.3. [1] Misalkan $X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ suatu himpunan. Himpunan A dan B adalah himpunan kabur *intuitionistic*, maka didefinisikan operasi dan hubungan sebagai berikut:

- (1) $A^c = \{(x, \nu_A(x), \mu_A(x)) | x \in X\},$
- (2) $A \cap B = \{(x, \min\{\mu_A, \mu_B\}, \max\{\nu_A, \nu_B\}) | x \in X\},$
- (3) $A \cup B = \{(x, \max\{\mu_A, \mu_B\}, \min\{\nu_A, \nu_B\}) | x \in X\}.$

2.3. Himpunan Kabur Bernilai Interval (Interval Valued Fuzzy Set)

Suatu generalisasi dari himpunan kabur yang diajukan oleh beberapa peneliti adalah himpunan kabur bernilai interval (*Interval Valued Fuzzy Set*).

Definisi 2.4. [2] Misalkan X adalah himpunan semesta dan $int(0,1)$ menunjukkan semua subinterval tertutup dari interval $[0, 1]$. Sebuah himpunan kabur bernilai interval (IvFS) A atas X didefinisikan sebagai

$$A = \{(x, M_A(x)) | x \in X\} \quad (2.3)$$

dengan $M_A : X \rightarrow int(0,1)$ menunjukkan derajat keanggotaan bernilai interval A atas X .

2.4. Himpunan Kabur Intuitionistik Bernilai Interval (Interval Valued Intuitionistic Fuzzy Set)

Terkadang derajat keanggotaan dari himpunan kabur *intuitionistic* (IFS) tidak dapat diperkirakan secara tepat (real), namun dapat diberikan rentang nilai. Dalam kasus tersebut, Atanassov dan Gargov [2] memperkenalkan tentang himpunan kabur *intuitionistic* bernilai interval.

Definisi 2.5. [8] Misalkan X adalah himpunan semesta dan $int(0,1)$ menunjukkan semua subinterval tertutup dari interval $[0, 1]$. Sebuah himpunan kabur *intuitionistic* bernilai interval (IvIFS) A atas X didefinisikan sebagai

$$A = \{(x, M_A(x), N_A(x)) | x \in X\} \quad (2.4)$$

dengan

$$M_A : X \rightarrow int(0, 1), \text{ dan } N_A : X \rightarrow int(0, 1),$$

dimana

$$M_A(x) = [\inf M_A(x), \sup M_A(x)], \text{ dan } N_A(x) = [\inf N_A(x), \sup N_A(x)],$$

masing-masing menunjukkan derajat keanggotaan bernilai interval dan derajat ketidakanggotaan bernilai interval A atas X . Dan memenuhi kondisi

$$0 \leq \sup M_A(x) + \sup N_A(x) \leq 1.$$

2.5. Metrik Hausdorff

Untuk menghitung ukuran jarak dan ukuran kesamaan antara himpunan kabur *intuitionistic* bernilai interval (IvIFS) akan digunakan metrik Hausdorff.

Definisi 2.6. [8] Misalkan $A = [a1, a2]; B = [b1, b2] \in int(0, 1)$, metrik Hausdorff antara A dan B didefinisikan sebagai:

$$\begin{aligned} H(A, B) &= |a1 - b1| \vee |a2 - b2| \\ &= \max\{|a1 - b1|, |a2 - b2|\} \end{aligned}$$

3. Pembahasan

3.1. Ukuran Kesamaan Himpunan Kabur Intuitionistik Bernilai Interval

Berikut akan dijelaskan tentang ukuran jarak antara dua himpunan kabur bernilai interval (IvIFS) dan sifat-sifat dari ukuran jarak dan ukuran kesamaan antara dua himpunan kabur *intuitionistic* bernilai interval (IvIFS).

Misalkan $IvIFS(X)$ merupakan kumpulan semua himpunan kabur *intuitionistic* bernilai interval di X .

Definisi 3.1. [8] Suatu pemetaan $d : IvIFS(X) \times IvIFS(X) \rightarrow [0, 1]$ dikatakan sebagai ukuran jarak antara himpunan kabur *intuitionistic* bernilai interval (IvIFS) jika memenuhi sifat-sifat berikut.

Untuk $A, B, C \in IvIFS(X)$, berlaku

- (1) $0 \leq d(A, B) \leq 1$
- (2) $d(A, B) = 0$ jika dan hanya jika $A = B$
- (3) $d(A, B) = d(B, A)$
- (4) Jika $A \subseteq B \subseteq C$, maka $d(A, B) \leq d(A, C)$ dan $d(B, C) \leq d(A, C)$
- (5) $d(A, B) = 1$, jika salah satu, yaitu $A = \emptyset$ atau $B = \emptyset$ terpenuhi.

Definisi 3.2. [8] Suatu pemetaan $S : IvIFS(X) \times IvIFS(X) \rightarrow [0, 1]$ dikatakan sebagai ukuran kesamaan antara himpunan kabur intuitionistic bernilai interval (IvIFS) jika memenuhi sifat-sifat berikut.

Untuk $A, B, C \in IvIFS(X)$, berlaku

- (1) $0 \leq S(A, B) \leq 1$
- (2) $S(A, B) = 1$ jika dan hanya jika $A = B$
- (3) $S(A, B) = S(B, A)$
- (4) Jika $A \subseteq B \subseteq C$, maka $S(A, C) \leq S(A, B)$ dan $S(A, C) \leq S(B, C)$
- (5) $S(A, B) = 0$, jika salah satu, yaitu $A = \emptyset$ atau $B = \emptyset$ terpenuhi.

Misalkan A, B adalah dua himpunan kabur intuitionistic bernilai interval (IvIFS) di semesta $X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$. Asumsikan

$$M_A(x_i) = [\inf M_A(x_i), \sup M_A(x_i)], \quad N_A(x_i) = [\inf N_A(x_i), \sup N_A(x_i)],$$

$$M_B(x_i) = [\inf M_B(x_i), \sup M_B(x_i)], \quad N_B(x_i) = [\inf N_B(x_i), \sup N_B(x_i)].$$

Misalkan

$$H(M_A(x_i), M_B(x_i)) : \text{metrik Hausdorff antara } M_A(x_i) \text{ dan } M_B(x_i),$$

$$H(N_A(x_i), N_B(x_i)) : \text{metrik Hausdorff antara } N_A(x_i) \text{ dan } N_B(x_i),$$

dimana

$$H(M_A(x_i), M_B(x_i)) = |\inf M_A(x_i) - \inf M_B(x_i)| \vee |\sup M_A(x_i) - \sup M_B(x_i)|,$$

$$H(N_A(x_i), N_B(x_i)) = |\inf N_A(x_i) - \inf N_B(x_i)| \vee |\sup N_A(x_i) - \sup N_B(x_i)|.$$

Dengan menggunakan metrik Hausdorff, maka didefinisikan ukuran jarak antara dua buah IvIFS sebagai berikut:

$$d_H^p(M_A, M_B) = \sqrt[p]{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n [H(M_A(x_i), M_B(x_i))]^p},$$

$$d_H^p(N_A, N_B) = \sqrt[p]{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n [H(N_A(x_i), N_B(x_i))]^p}.$$

Selanjutnya, didefinisikan ukuran kesamaan antara dua buah IvIFS sebagai berikut:

$$S_H^p(A, B) = \frac{1}{2} [S_H^p(M_A, M_B) + S_H^p(N_A, N_B)]$$

$$= 1 - \frac{1}{2^{\frac{1}{p}} n} \left\{ \sqrt[p]{\sum_{i=1}^n [H(M_A(x_i), M_B(x_i))]^p} + \sqrt[p]{\sum_{i=1}^n [H(N_A(x_i), N_B(x_i))]^p} \right\}$$

untuk $p \in [1, +\infty)$, dimana

$$S_H^p(M_A, M_B) = 1 - \sqrt[p]{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n [H(M_A(x_i), M_B(x_i))]^p}$$

menunjukkan tingkat kesamaan dari derajat keanggotaan bernilai interval M_A, M_B , dan

$$S_H^p(N_A, N_B) = 1 - \sqrt[p]{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n [H(N_A(x_i), N_B(x_i))]^p}$$

menunjukkan tingkat kesamaan dari derajat ketidakanggotaan bernilai interval N_A, N_B .

Teorema 3.3. [8] $S_H^p(A, B)$ adalah ukuran kesamaan antara dua *IvIFS* A dan B di X .

Proposisi 3.4. [8] Berdasarkan ukuran kesamaan $S_H^p(A, B)$ antara dua himpunan kabur intuitionistic bernilai interval (*IvIFS*) A dan B , dapat diperoleh bahwa $d_H^p(A, B) = 1 - S_H^p(A, B)$ adalah ukuran jarak antara himpunan kabur intuitionistic bernilai interval (*IvIFS*) A dan B .

Misalkan $f : [0, 1] \rightarrow [0, 1]$ adalah suatu fungsi monoton turun dan $S(A, B) = \frac{f(d_H^p(A, B)) - f(1)}{f(0) - f(1)}$. Maka $S(A, B)$ adalah ukuran kesamaan yang dibangkitkan oleh fungsi f dan ukuran jarak $d_H^p(A, B)$.

- (1) Ketika memilih fungsi f , $f(x) = 1 - x$, ukuran kesamaan $S(A, B)$ didefinisikan sebagai $S_H^p(A, B)$

$$S(A, B) = S_H^p(A, B).$$

- (2) Ketika memilih fungsi f , $f(x) = e^{-x}$, ukuran kesamaan $S(A, B)$ didefinisikan sebagai

$$S_e^p(A, B) = \frac{e^{-d_H^p(A, B)} - e^{-1}}{1 - e^{-1}}$$

- (3) Ketika memilih fungsi f , $f(x) = \frac{1}{1+x}$, $x \neq -1$, ukuran kesamaan $S(A, B)$ didefinisikan sebagai

$$S_l^p(A, B) = \frac{1 - d_H^p(A, B)}{1 + d_H^p(A, B)}$$

4. Aplikasi Ukuran Kesamaan Himpunan Kabur *Intuitionistic* Bernilai Interval

Aplikasi dari himpunan kabur *intuitionistic* bernilai interval sebagai kombinasi dari himpunan kabur bernilai interval dengan himpunan kabur *intuitionistic*, telah terbukti banyak diterapkan dalam banyak penelitian seperti pengambilan keputusan, pengenalan pola [11], dan diagnosis medis. Berikut diberikan satu contoh numerik

untuk menunjukkan penerapan ukuran kesamaan yang diajukan IvIFS terhadap pengenalan pola.

Contoh 4.1. Misal diberikan tiga pola himpunan kabur *intuitionistic* bernilai interval (IvIFS) di $X = \{x_1, x_2, x_3\}$, yaitu:

$$\begin{aligned} A_1 &= \{(x_1, [0, 8; 0, 9], [0; 0, 1]), (x_2, [0, 1; 0, 2], [0, 5; 0, 7]), (x_3, [0, 4; 0, 6], [0, 1; 0, 2]) | x \in X\}, \\ A_2 &= \{(x_1, [0, 5; 0, 6], [0, 2; 0, 4]), (x_2, [0, 8; 0, 9], [0; 0, 1]), (x_3, [0, 2; 0, 4], [0, 4; 0, 5]) | x \in X\}, \\ A_3 &= \{(x_1, [0, 1; 0, 2], [0, 5; 0, 6]), (x_2, [0, 5; 0, 6], [0, 2; 0, 3]), (x_3, [0, 7; 0, 9], [0; 0, 1]) | x \in X\}, \end{aligned}$$

dan diberikan pola IvIFS lain

$$B = \{(x_1, [0, 4; 0, 5], [0, 1; 0, 3]), (x_2, [0, 7; 0, 8], [0, 1; 0, 1]), (x_3, [0, 3; 0, 4], [0, 5; 0, 6]) | x \in X\}.$$

Akan ditentukan pola mana dari pola IvIFS A_1, A_2, A_3 yang sama dengan pola IvIFS B.

Berdasarkan Definisi 3.2, akan dihitung ukuran kesamaan antara pola baru B dengan masing-masing pola A_i yang diketahui, $i = 1, 2, 3$. Ukuran kesamaan antara himpunan kabur *intuitionistic* bernilai interval (IvIFS), dapat dilakukan dengan mengambil parameter $p = 1, 2, 3, 4, 5$.

Tabel 1. Tabel $S_H^p(B, A_i)$, $i \in \{1, 2, 3\}$

p	S(B,A1)	S(B,A2)	S(B,A3)
1	0.6	0.9	0.65
2	0.56795062	0.9	0.628
3	0.542114303	0.9	0.610072
4	0.521858763	0.9	0.595149
5	0.50593105	0.9	0.583184

Dari tabel di atas, dapat dilihat pengaruh dari nilai p terhadap ukuran kesamaan. Berdasarkan Definisi 3.2 bahwa dua himpunan kabur *intuitionistic* bernilai interval dikatakan sama apabila nilai ukuran kesamaan antara keduanya mendekati 1, maka dari tabel di atas dapat dilihat bahwa nilai ukuran kesamaan mana yang mendekati 1. Maka dapat disimpulkan bahwa pola IvIFS B memiliki kesamaan dengan pola IvIFS A_2 , karena nilai ukuran kesamaannya mendekati 1 untuk parameter $p = 1, p = 2, p = 3, p = 4$, dan $p = 5$.

5. Kesimpulan

Himpunan kabur *intuitionistic* bernilai interval (IvIFS) merupakan penggabungan teori himpunan kabur bernilai interval dan himpunan kabur *intuitionistic* (IFS).

Metode yang digunakan untuk menghitung ukuran jarak dan ukuran kesamaan antara IvIFS A dan B, yaitu metode metrik Hausdorff.

Dari pembahasan dan aplikasi dapat disimpulkan bahwa :

- (1) Misalkan A dan B adalah himpunan kabur *intuitionistic* bernilai interval, ukuran kesamaan antara dua IvIFS A dan B dengan berdasarkan metrik Hausdorff, yaitu:

$$\begin{aligned} S_H^p(A, B) &= \frac{1}{2} [S_H^p(M_A, M_B) + S_H^p(N_A, N_B)] \\ &= 1 - \frac{1}{2\sqrt[p]{n}} \\ &\quad \left\{ \sqrt[p]{\sum_{i=1}^n [H(M_A(x_i), M_B(x_i))]^p} + \sqrt[p]{\sum_{i=1}^n [H(N_A(x_i), N_B(x_i))]^p} \right\} \end{aligned}$$

untuk $p \in [1, +\infty)$.

- (2) Misalkan $f : [0, 1] \rightarrow [0, 1]$ suatu fungsi monoton turun dan $S(A, B) = \frac{f(d_H^p(A, B)) - f(1)}{f(0) - f(1)}$, maka $S(A, B)$ adalah ukuran kesamaan yang dibangkitkan oleh fungsi f dan ukuran jarak $d_H^p(A, B)$.

- (a) Ketika memilih fungsi f , $f(x) = 1 - x$, ukuran kesamaan $S(A, B)$ didefinisikan sebagai $S_H^p(A, B)$

$$S(A, B) = S_H^p(A, B).$$

- (b) Ketika memilih fungsi f , $f(x) = e^{-x}$, ukuran kesamaan $S(A, B)$ didefinisikan sebagai

$$S_e^p(A, B) = \frac{e^{-d_H^p(A, B)} - e^{-1}}{1 - e^{-1}}$$

- (c) Ketika memilih fungsi f , $f(x) = \frac{1}{1+x}, x \neq -1$, ukuran kesamaan $S(A, B)$ didefinisikan sebagai

$$S_l^p(A, B) = \frac{1 - d_H^p(A, B)}{1 + d_H^p(A, B)}$$

- (3) Untuk mengetahui dan mengelompokkan suatu pola himpunan kabur *intuitionistic* bernilai interval yang baru, dapat diselesaikan dengan menghitung nilai ukuran kesamaan antara dua himpunan kabur *intuitionistic* bernilai interval berdasarkan metrik Hausdorff.

6. Ucapan Terima kasih

Penulis mengucapkan terima kasih kepada Bapak Admi Nazra, Ibu Lyra Yulianti, Ibu Monika Rianti Helmi dan Bapak Jenizon yang telah memberikan masukan dan saran sehingga makalah ini dapat diselesaikan dengan baik.

Daftar Pustaka

- [1] Atanassov, K.T. 1986. Intuitionistic Fuzzy Sets. *Fuzzy Sets and System* **20** (1), pp 87 – 96
- [2] Atanassov, K.T, G. Gargov. 1989. Interval-valued intuitionistic fuzzy sets. *Fuzzy Sets and Systems*. **31**: 343 – 349
- [3] Grzegorzewski, P. 2004. Distances between intuitionistic fuzzy sets and/or interval-valued fuzzy sets based on the Hausdorff metric. *Fuzzy Sets and Systems*, **148**(2), 319 – 328
- [4] Maji, P. K, Biswas, R dan Roy, A. R. 2001. Fuzzy Soft Sets. *Journal of Fuzzy Mathematics* **9** (3) : 589 – 602
- [5] Szmidt, E. J. Kacprzyk. 2004. *A concept of similarity for intuitionistic fuzzy sets and its application in group decision making*. in: Proceedings of International Joint Conference on Neural Networks and IEEE International Conference on Fuzzy Systems, Hungary
- [6] Zadeh, L.A. 1965. Fuzzy Sets. *Information and Control* **8** : 338 – 353
- [7] Zeng, W.Y, Q. Yin. 2007. Similarity measure of interval-valued fuzzy sets and application to pattern recognition, *The Fifth International Conference on Fuzzy System and Knowledge Discovery*
- [8] Zhang, Q. Yao, H. and Zhang, Z. 2011. Some similarity measures of interval-valued intuitionistic fuzzy sets and alication to pattern recognition. *Applied Mechanics and Materials*, Vols 44-47, pp 3888 – 3892